

## O RECURSO DE COLORAÇÃO DE GRAFOS PARA A PROGRAMAÇÃO DE HORÁRIOS DE EXAMES DE CURSOS UNIVERSITÁRIOS

SCHEEREN, V.<sup>1</sup>, VAZ, F. A.<sup>1</sup>, PEREIRA, E. D.<sup>1</sup>, FONTOURA, T. P. DA<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA) – Bagé – RS – Brasil

### RESUMO

O presente trabalho apresenta uma solução para o Problema de Programação de Horários de Exames Finais do Curso de Matemática – Licenciatura da Universidade Federal do Pampa, campus Bagé. Com esta proposta objetiva-se elaborar um cronograma de exames finais, através do conceito de Coloração de Grafos baseado no algoritmo de *Welch-Powell*, de forma que os exames finais sejam distribuídos durante cinco dias, com dois períodos por dia, evitando-se a sobreposição de exames que possuam alunos matriculados em comum. Os resultados obtidos através da utilização desta técnica mostraram-se satisfatórios, atendendo as expectativas iniciais, a partir do qual se obteve uma solução viável que atendeu às restrições impostas para o problema.

Palavras-chave: Programação de Exames, Coloração de Grafos, Algoritmo de *Welch-Powell*.

### 1 INTRODUÇÃO

A Teoria dos Grafos foi desenvolvida na segunda metade do século XX impulsionada por aplicações a problemas de otimização organizacional que compõem um conjunto de técnicas encontradas na Pesquisa Operacional. Essa teoria proporciona ferramentas simples que podem contribuir para a solução de inúmeros problemas, entre eles a programação de horários e exames de instituições de ensino.

O problema de *Timetabling* aplicado ao contexto educacional consiste em agendar uma série de encontros entre professores, alunos e instituições, como por exemplo, aulas, exames, bancas, palestras, entre outros tipos de atividades inerentes as instituições de ensino, satisfazendo um conjunto de restrições. Na literatura são encontradas diferentes formulações para o problema, podendo variar ainda de acordo com as exigências consideradas (WERRA, 1985; SCHAERF, 1999). Dentre as diferentes classificações existentes, a mais utilizada é aquela proposta por Schaerf (1999), que consiste em subdividir o problema em três classes: Problema de Programação de Horários em Escolas; Problema de Programação de Horários de Cursos e Problema de Programação de Horários de Exames.

A programação do calendário de exames em universidades representa um problema que vem sendo discutido na área da matemática aplicada. Isso se deve, principalmente, ao fato de que o cronograma, na maioria das instituições de ensino, é realizado semestralmente e envolve muitos funcionários que por diversos dias têm suas atividades voltadas exclusivamente a este fim.

Este trabalho aborda o problema de *Timetabling* na perspectiva da programação de exames que pode ser definido como a alocação de uma série de exames em um determinado período de tempo, satisfazendo uma série de restrições. A presente proposta tem por objetivo modelar a distribuição de horários de exames finais referentes a 19 componentes curriculares oferecidas aos alunos do Curso de Matemática - Licenciatura da Universidade Federal do Pampa - UNIPAMPA, campus Bagé, por meio da Teoria dos Grafos.

Nesse cenário, propõe-se uma solução para o Problema de Programação de Exames do Curso de Matemática da UNIPAMPA, baseado no conceito de coloração de grafos, a partir do qual se almeja construir um calendário de exames que satisfaça as necessidades do curso alocando os exames finais no período de uma semana, evitando-se a sobreposição de exames que possuem alunos em comum. Com esse propósito, a solução para o problema será desenvolvida de forma manual, através do conceito de Coloração de Grafos, com o auxílio de planilhas de conflitos geradas a partir da comparação entre as disciplinas e os alunos matriculados, onde cada matrícula comum entre disciplinas representa um conflito.

O problema abordado está relacionado à coloração de mapas, que é um dos problemas mais conhecidos na Teoria de Grafos, e consiste em colorir um mapa/grafos utilizando o menor número de cores possível. Esse tipo de modelagem é apropriado para casos que envolvem a estruturação de um grafo onde os vértices representam itens de interesse e cada aresta faz a conexão entre dois itens conflitantes. Sendo assim, pode ser empregado na resolução de problemas de programação de horários educacionais, a partir das devidas analogias entre vértices e arestas (GOLDBARG M.; GOLDBARG E., 2012).

## 2 METODOLOGIA (MATERIAIS E MÉTODOS)

O problema de coloração de mapas também chamado de problema de coloração de grafos vem sendo utilizado na literatura como forma de modelar diferentes aplicações práticas. Com base nesta técnica tem-se que, dado um grafo  $G$  não direcionado, formado por um conjunto de  $n$  vértices  $V = v_1, \dots, v_n$  e um conjunto  $E$  de arestas ligando vários pares distintos de vértices, o problema de coloração de grafos consiste em atribuir cores a cada vértice pertencente a  $V$  de modo que a mesma cor não possa ser atribuída a nenhum par de vértices com arestas em comum e o número de cores utilizadas para a coloração dos vértices deve ser o mínimo (CARVALHO, 2011).

Para resolver o Problema de Programação de Horários de Exames do Curso de Matemática – Licenciatura da Universidade Federal do Pampa foram considerados os dados de um determinado semestre referentes as 19 componentes curriculares que realizam exames finais, essas componentes foram enumeradas de 1 a 19. Para desenvolver a programação de exames como um problema de coloração de grafos foi utilizado o Algoritmo de *Welch-Powell* com a restrição adicional de que só poderão ser realizados no máximo dois exames por período, tendo a disponibilidade de dois períodos diários, a fim de que a agenda de exames seja distribuída em cinco dias letivos, que equivalem a uma semana de aula.

Com a finalidade de solucionar o problema a partir da Coloração de Grafos de forma manual, isto é, sem o auxílio de algoritmos de implementação computacional, foi necessário a construção de uma matriz de conflitos desenvolvida através de

planilhas eletrônicas. Essa matriz foi obtida através da comparação entre cada componente curricular em relação às demais para identificar os alunos matriculados em comum, esses alunos representam os conflitos existentes entre as componentes e, por conseguinte, inviabilizam agendamento destes exames para o mesmo horário.

Cada componente curricular foi considerada como um vértice do grafo  $G$  e em seguida adicionadas arestas entre cada par de vértices que possuem conflitos, ou seja, alunos matriculados em comum. A solução foi obtida com base no Algoritmo de *Welch-Powell* especificado na Figura 1, segundo os procedimentos determinados pelo algoritmo, primeiramente os vértices de  $G$  foram dispostos em ordem decrescente de grau, onde o grau de um vértice é definido como o número de arestas em  $G$  que contém  $v_n$ , isto é, que são incidentes a  $v_n$ . Logo após, a primeira cor foi atribuída ao vértice 1 e então, essa mesma cor é designada a cada vértice que não é adjacente a algum vértice que o antecedeu e ao qual foi atribuída a primeira cor ou, de acordo com a restrição adicional, até que dois vértices sejam coloridos com a mesma cor. A seguir, o procedimento foi repetido com a segunda cor e os vértices subsequentes não coloridos. Repetiu-se o processo até que todos os vértices do grafo  $G$  fossem coloridos.

Cada cor atribuída aos vértices representa um período e os vértices coloridos com a mesma cor consistem nos exames que podem ser aplicados no mesmo período.

#### **Algoritmo de *Welch-Powell***

A entrada é um grafo  $G$ .

Passo 1 Ordene os vértice de  $G$  em ordem decrescente de grau.

Passo 2 Atribua a primeira cor,  $C_1$ , ao primeiro vértice e, então, sequencialmente, atribua  $C_1$  a cada vértice que não é adjacente a algum vértice que o antecedeu e ao qual foi atribuída a cor  $C_1$ .

Passo 3 Repita o *Passo 2* com a segunda cor  $C_2$  e os vértices subsequentes não coloridos.

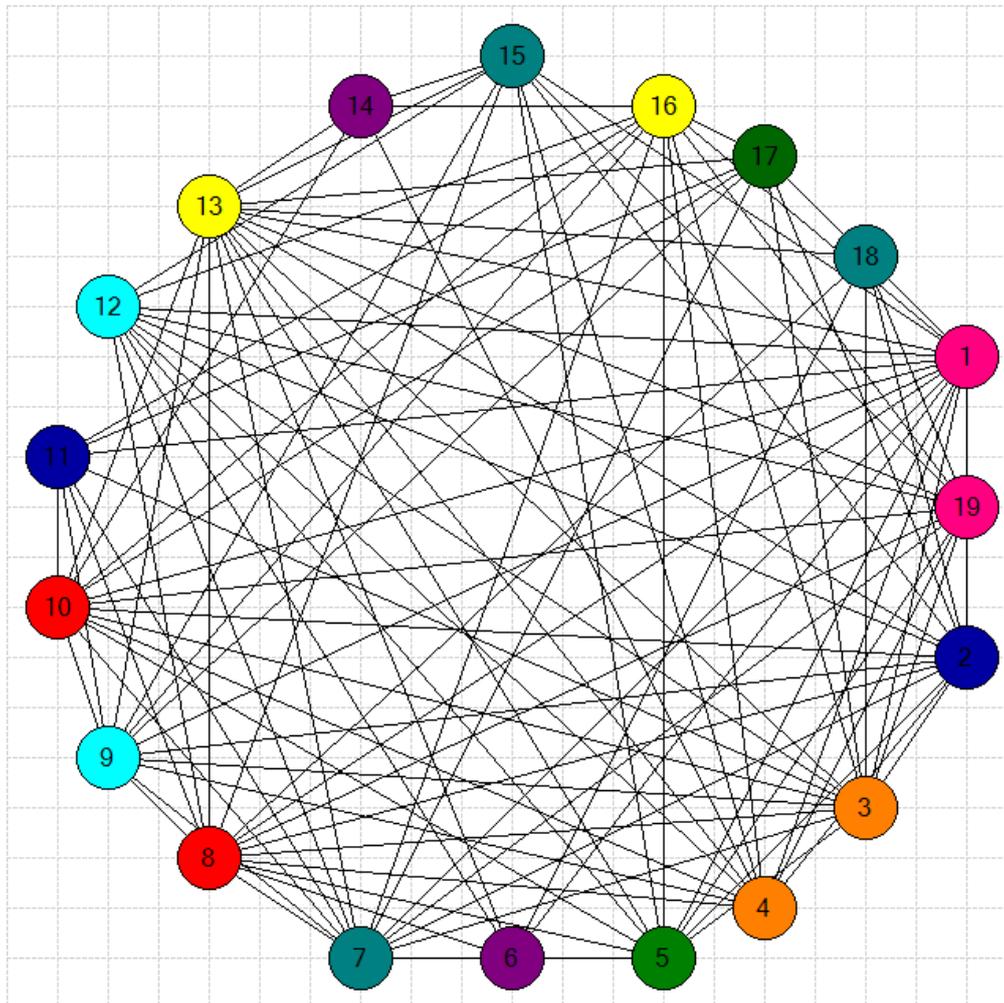
Passo 4 Repita o *Passo 3* com a terceira cor  $C_3$ , depois com a quarta cor  $C_4$ , e assim por diante, até que todos os vértices estejam coloridos.

Passo 5 Saia.

**Figura 1. Algoritmo de Welch-Powell**  
Fonte: LIPSCHUTZ, S.; LIPSON, M. (2004)

### **3 RESULTADOS E DISCUSSÃO**

O grafo  $G$  que representa o Problema de Programação de Horários de Exames das 19 componentes curriculares do Curso de Matemática – Licenciatura da UNIPAMPA foi construído no *software Grafos* e está ilustrado na Figura 2. A coloração foi realizada manualmente com base no Algoritmo de *Welch-Powell* com a restrição adicional de que cada vértice pode ser colorido com no máximo duas cores. Esta restrição adicional foi determinada para satisfazer o objetivo do problema que determina que os exames devem ser distribuídos em cinco dias com dois períodos cada.



**Figura 2. Coloração do Grafo G**  
 Fonte: Elaborado pelo autor

A Tabela 1 apresenta um cronograma de exames obtido pela coloração do grafo  $G$  que descreve uma de várias soluções possíveis para o problema.

	Dia 1	Dia 2	Dia 3	Dia 4	Dia 5
Período 1	1 e 19	2 e 11	7 e 15	9 e 12	6 e 14
Período 2	13 e 16	3 e 4	8 e 10	5 e 17	18

**Tabela 1 - Cronograma obtido para o Calendário de Exames**

O resultado obtido com a aplicação do Algoritmo de *Welch-Powell* nem sempre oferece a coloração minimal de  $G$ , isto é, uma coloração com um número mínimo de cores. Neste caso, o objetivo não era encontrar uma solução minimal, e sim elaborar um cronograma de exames que dispusesse os exames finais no período de uma semana, considerando dois períodos por dia, sem que exames de componentes curriculares que possuem alunos em comum sejam alocados no

mesmo período. Se a restrição adicional não fosse considerada obter-se-ia a coloração de grafos com apenas oito cores, ao invés de dez, o que significa que os exames poderiam ser aplicados em quatro dias com dois períodos. Com essa configuração ter-se-ia três dos oito períodos com três exames ocorrendo concomitantemente e mesmo assim, não se poderia afirmar que esta seria a solução minimal de  $G$ .

#### 4 CONCLUSÃO

O método de solução manual para o Problema de Programação de Exames Finais, através da Coloração de Grafos, com base no Algoritmo de *Welch-Powell* apresentou resultados satisfatórios em relação às condições e especificidades da presente proposta. Por meio deste recurso foi possível construir um calendário de exames distribuído em cinco dias, com dois períodos por dia, de forma que os exames de componente curriculares que possuíam alunos em comum não fossem alocadas para o mesmo período.

Para trabalhos futuros almeja-se abordar este mesmo problema através de recursos de implementação computacional com o intuito de buscar uma solução ótima para o problema com a adição de mais restrições, como por exemplo, considerar os professores que ministram as componentes curriculares e a quantidade de alunos matriculados, ou seja, o tamanho das turmas. E, dessa forma, construir um calendário de exames que atenda a todas as restrições determinadas num curto espaço de tempo, podendo ser utilizada como base para a solução de outros problemas de mesmo cunho.

#### 5 REFERÊNCIAS

BOAVENTURA NETTO, P. O. **Grafos: Teoria, Modelos, Algoritmos**. 4. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2006.

CARVALHO, R. **Abordagem Heurística para o Problema de Programação de Horários de Cursos**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica. Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2011.

LIPSCHUTZ, S.; LIPSON, M. **Matemática Discreta**, coleção Schaum. 2. ed. São Paulo: Bookman, 2004.

SCHAERF, A. A Survey of Automated Timetabling. **Artificial Intelligence Review**, 1999. p. 87-127. v. 13 n. 2

WERRA, D. An introduction to timetabling. **European Journal of Operational Research**, 1985. p. 151-162.